



**زیربرنامه:**

KeYang\_Main

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توسعه دهندگان** | مرتضی نامور |  |
| محمد حسین سعادت |  |
| **تهیه کنندگان مستند** | مرتضی نامور، محمد حسین سعادت | |
| **تاییدکنندگان** | مرتضی نامور | |
| **تاریخ تنظیم سند** |  | |
| **شناسه سند** | **MC5F128F1** | |
| **زبان برنامه‌نویسی** | **Fortran 90** | |

1. وظایف

این زیربرنامه، زیربرنامه اصلی مدل آشفتگی می­باشد که سایر زیربرنامه­ها در آن فراخوانده می­شوند و درنهایت نیز، لزجت گردابه­ای محاسبه می­گردد.

1. توضیحات و تئوری­ها

مدل آشفتگی  معروف­ترین و پرکاربردترین مدل آشفتگی می­باشد و تاکنون نیز نسخه­های متعدد و متنوعی از این مدل آشفتگی ارائه شده است [1]. مدل­های آشفتگی  برای طیف وسیعی از مسائل مهندسی، نتایج قابل قبولی ارائه می­دهند و برای شبیه­سازی جریان­های آیرودینامیکی نیز مدل مناسبی می­باشند. در تمامی مدل­های  دو معادله دیفرانسیل جداگانه به ترتیب برای انرژی جنبشی آشفتگی[[1]](#footnote-1)  و نرخ اضمحلال انرژی جنبشی آشفتگی[[2]](#footnote-2)  نوشته می­شود. این دو متغیر به صورت زیر تعریف می­شوند [2]:

1. 

با استفاده از این تعاریف، می­توان معادله دیفرانسیل دقیق حاکم بر  و  را به دست آورد. اما این معادلات دقیق، حاوی ترم­های ناشناخته و غیرقابل اندازه­گیری فراوانی هستند که استفاده از آنها را در عمل و در مسائل مهندسی غیرممکن می­کند. اما در سال 1974، لاندر[[3]](#footnote-3) و اسپالدینگ[[4]](#footnote-4) براساس فیزیک آشفتگی، موفق شدند با ساده­سازی معادلات دقیق حاکم بر  و ، شکل کاربردی مدل  را ارئه دهند که توانایی شبیه­سازی طیف وسیعی از جریان­های آشفته را دارا بود [3]. مدل ارائه شده توسط لاندر و اسپالدینگ بعدها به مدل  معروف شد. به صورت خلاصه می توان مزایای کلی مدل­های  را به صورت زیر بیان نمود [2]:

* سادگی و قابلیت شبیه­سازی طیف وسیعی از جریان­ها
* عدم حساسیت نتایج به مقادیر جریان آزاد

اما مدل­های  در حالت کلی دارای نقایصی نیز می­باشند که از جمله آنها می­توان به موارد زیر اشاره کرد:

* دقت پایین در شبیه­سازی جریان­های چرخشی[[5]](#footnote-5) و جریان­های همراه با جدایش[[6]](#footnote-6)
* عملکرد نامناسب در نواحی با گرادیان فشار معکوس زیاد[[7]](#footnote-7)
* عملکرد نامناسب در لایه­های مرزی منحنی شکل[[8]](#footnote-8)
* دقت پایین در جریان­های داخلی با مقطع غیردایروی

برای اصلاح این نقایص تاکنون تلاش­های زیادی صورت گرفته که این تلاش­ها منجر به ظهور نسخه­های جدیدتر و کاربردی­تر از مدل  شده است. هدف هر یک از این نسخه­ها بهبود توانایی­های مدل  در پیش بینی خواص جریان آشفته بوده است. البته لازم به ذکر است که بسیاری از نسخه­های مختلف این مدل به منظور استفاده در کاربردهای خاص ایجاد شده­اند و از فرضیات خاصی استفاده می­نمایند که نمی­توان برای کاربردهای عمومی از آنها استفاده نمود.

یکی از نسخه­های بهبود یافته مدل ، نسخه ارائه شده توسط شیه[[9]](#footnote-9) و همکاران [4] در سال 1994 می­باشد که به مدل معروف شده است. مدل برای جریان­های ساده، همان نتایج مدل استاندارد را می­دهد اما در جریان­های پیچیده­تر همانند جریان­های برشی، دقت و عملکرد مناسب­تری را نسبت به مدل دارا می­باشد. همچنین مدل یک مدل آشفتگی رینولدز پایین[[10]](#footnote-10) می­باشد که از تابع دیوار[[11]](#footnote-11) استفاده نمی­کند و از توابع میرایی[[12]](#footnote-12) بهره می­جوید. در ادامه معادلات حاکم بر این مدل، نحوه بی­بعد سازی آنها، شرایط مرزی و شرایط اولیه حاکم بر آن به صورت کامل توضیح داده خواهد شد.

* 1. معادلات حاکم

همانگونه که گفته شد، در مدل دو معادله انتقال برای دو متغیر و ، که به صورت زیر تعریف می­شوند نوشته می­شود [1].

1. 
2. 

، انرژی جنبشی آشفتگی می­باشد و  نیز نرخ اضمحلال آشفتگی است، همچنین  مقادیر نوسانی[[13]](#footnote-13) سرعت می­باشد. معادله انتقال در مدل در فرم تانسوری، به صورت زیر نوشته می­شود [5]:

1. 

در این معادله، لزجت مولکولی سیال می­باشد و  نیز لزجت گردابه­ای می­باشد. همچنین،  فاصله از دیوار می­باشد و  بیانگر میزان تولید انرژی جنبشی آشفتگی[[14]](#footnote-14)، ناشی از اندرکنش میان جریان متوسط[[15]](#footnote-15) و میدان جریان آشفته است که بصورت زیر می باشد:

1. 

ترم  در معادله ‏(4) نیز، میزان استهلاک انرژی جنبشی آشفتگی را نشان می­دهد. بنابراین، از منظر فیزیکی، معادله ‏(4) را می­توان به نحو زیر تعبیر کرد:

استهلاک () - نرخ تولید () + پخش () = جابجایی () + نرخ تغییرات زمانی ()

معادله انتقال برای متغیر دوم، یعنی ، نیز در فرم تانسوری به صورت زیر می­باشد [4]:

1. 

این معادله را نیز از منظر فیزیکی می­توان به نحو زیر تعبیر کرد:

استهلاک () - نرخ تولید () + پخش () = جابجایی () + نرخ تغییرات زمانی ()

ثوابت موجود در این معادلات به صورت زیر تعریف شده­اند:

1. 

همانطور که گفته شد، مدل یک مدل رینولدز پایین می­باشد و از تابع دیوار استفاده نمی­کند. در این مدل، در نزدیکی دیوار از توابع میرایی زیر استفاده می شود:

1. 

لازم به ذکر است که با توجه به رینولدز پایین بودن این مدل، شبکه استفاده شده در نزدیکی دیوار می­بایست به اندازه کافی ریز باشد.

پس از حل معادلات انتقال مربوط به و  باید مقدار لزجت گردابه­ای () را محاسبه کرد. در مدل  مقدار لزجت گردابه­ای به صورت زیر محاسبه می­شود:

1. 

که در این رابطه  می­باشد.

* 1. بی بعد سازی معادلات حاکم

یکی از ملاحظات مهم در حل عددی، بی­بعد سازی معادلات حاکم می­باشد. از آنجا که معادلات بکار رفته برای جریان اصلی بی­بعد شده اند، بنابراین در اینجا نیز باید معادلات بی­بعد شوند چرا که باید مقادیر بی­بعد به معادلات اصلی جریان معرفی شود. بدین منظور جهت بی­بعد سازی معادلات حاکم از پارامترهای زیر استفاده می کنیم [2]:

1. 

در این روابط متغیرهایدار، متغیرهای بابعد هستند و زیرنویسمعرف کمیت­های جریان آزاد می­باشند. همچنین ، طول مشخصه مسئله می­باشد. توجه شود که پارامترهای بی بعد سازی برای این معادلات باید دقیقا همان پارامترهایی باشد که برای بی بعد سازی معادلات جریان اصلی استفاده شده است.

**2-2-1 -بی­بعد سازی معادله **

در اینجا لازم است یادآوری شود که معادلات مربوط به مدل حاضر به صورت با­بعد بوده­اند که تنها به دلیل سادگی بالانویس \* از آنها حذف شده بود. بنابراین با جایگذاری پارامترهای بی­بعد سازی ذکر شده در معادله ‏(10)، شکل بی­بعد این معادله به صورت زیر به دست می­آید:

1. 

با کمی عملیات جبری معادله مربوط به  به صورت زیر در می­آید. توجه کنید که با این کار عبارت مربوط به چشمه نیز تغییر خواهد کرد:

1. 

با استفاده از اعداد بی بعد رینولدز[[16]](#footnote-16) و ماخ[[17]](#footnote-17) نیز می توان نوشت:

1. 

بنابراین با جایگذاری در معادله ‏(11)، شکل بی­بعد معادله  به صورت زیر به دست می­آید:

1. 

**2-2-2 -بی­بعد سازی معادله **

همانند حالت قبل، با جایگذاری پارمترهای بی­بعد سازی ارائه شده در معادله ‏(10) و انجام پاره­ای عملیات جبری، شکل بی­بعد شده معادله  حاصل می­شود:

1. 

**2-2-3 -بی­بعد سازی سایر عبارت ­ها**

علاوه بر معادلات مدل آشفتگی، ثابت­های بکار رفته در این مدل نیز باید بی­بعد شوند:

1. 

و درنهایت شکل بی­بعد شده لزجت گردابه­ای به صورت زیر می­باشد:

1. 
   1. شرایط مرزی

اعمال شرایط مرزی مناسب در مدل­های آشفتگی نقشی اساسی در شبیه­سازی صحیح و دقیق جریان­های آشفته دارد. رمزی[[18]](#footnote-18) و اسپالارت[[19]](#footnote-19) نشان داده­اند که انتخاب شرایط مرزی نادرست در مدل­های آشفتگی می­تواند منجر به نتایج غیرفیزیکی و نادرست و یا حتی ناپایداری حل­گر شود [5]. لذا اعمال شرایط مرزی، یکی از مهمترین مراحل در شبیه­سازی جریان آشفته می­باشد.

**2-3-1- شرط مرزی دیوار**

بر روی دیوار در جریان­های خارجی مقادیر زیر به عنوان شرایط مرزی در نظر گرفته می شوند [4]:

1. 

**2-3-2 -شرط مرزی ورودی**

در جریان­های خارجی شرایط مرزی مطابق رابطه زیر پیشنهاد شده است [5]:

1. 

**2-3-3 - شرط مرزی خروجی**

در خروجی جریان­های داخلی و خارجی، معمولا مشتق اول تمامی متغیرها، عمود بر مرز برابر صفر قرار داده می شود [2].

1. 
   1. شرایط اولیه

شرایط اولیه متغیرهای آشفتگی در اکثر مسائل، برابر شرایط مرزی ورودی قرار داده می­شود [2]، بنابراین داریم:

1. 
   1. شکل ماتریسی معادلات آشفتگی

جهت حل عددی و گسسته­سازی معادلات آشفتگی، راحت­تر است که این معادلات را به صورت ماتریسی بنویسم. به این منظور معادلات بی­بعد شده ‏(14) و ‏(15) به فرم ماتریسی زیر بازنویسی می­شوند:

1. 

در این رابطه  و ، بیانگر بخش­های جابجایی[[20]](#footnote-20) می­باشند،  و  بیانگر بخش­های پخش­شوندگی[[21]](#footnote-21) و  ترم چشمه[[22]](#footnote-22) می­باشد. هرکدام از این بخش­ها به صورت زیر می­باشند:

2. 
   1. نحوه گسسته سازی حجم محدود معادلات

در روش حجم محدود، اولین قدم در گسسته­سازی معادلات، انتگرال­گیری از شکل بقایی معادلات بر روی یک حجم کنترل می­باشد. برای این کار معادله ‏(22) را در نظر بگیرید. با انتگرال گیری از این معادله بر روی یک سلول محاسباتی خواهیم داشت [6]:

1. 

در ترم (1)، مقدار  بر روی یک حجم کنترل ثابت فرض می شود در نتیجه می توان ترم (1) را به صورت زیر ساده کرد:

1. 

که در این رابطه  مساحت حجم کنترل می­باشد.

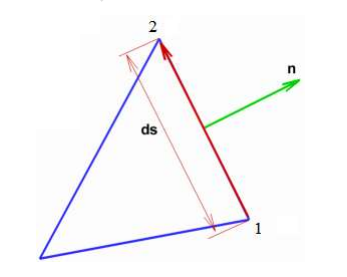
برای ترم (2) و (3)، از قضیه گوس استفاده می شود. مطابق قضیه گوس[[23]](#footnote-23)، می­توان انتگرال روی سطح را به انتگرال روی مرزها تبدیل نمود:

1. 

که در این رابطه، بردار عمود بر مرز حجم کنترل می باشد:

1. 

و نیز طول قطاع­های تشکیل­دهنده مرزهای حجم کنترل می­باشد. مطابق شکل زیر:



1. طول قطاع و بردار عمود بر مرز حجم کنترل

بنابراین با تعریف ، می­توان ترم (2) را به صورت زیر نوشت:

1. 

در این رابطه،  تعداد اضلاع تشکیل دهنده هر یک از سلول های محاسباتی می­باشد.

ترم چشمه را نیز می­توان به صورت زیر ساده کرد:

1. 

بنابراین درنهایت می­توان معادله ‏(28) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

1. 

نحوه گسسته­سازی مکانی بخش جابجایی و بخش پخش­شوندگی در زیربرنامه­های مربوطه به نحو مبسوط توضیح داده خواهد شد.

* 1. گسسته سازی زمانی

معادله ‏(34) را می توان به فرم یک معادله دیفرانسیل معمولی[[24]](#footnote-24) به صورت زیر بازنویسی کرد:

1. 

در این تحقیق، به منظور افزایش دقت و پایداری از روش صریح چند مرحله­ای رانگ-کوتای[[25]](#footnote-25) مرتبه چهار جهت گسسته­سازی زمانی استفاده شده است. البته جهت بدست آوردن حل جریان­های دائم، می­توان از گام زمانی موضعی[[26]](#footnote-26) استفاده نمود که سرعت همگرایی را تا حد زیادی بهبود می­بخشد. شکل کلی اعمال الگوریتم m مرحله­ای رانگ-کوتا به صورت زیر می­باشد [8]:

1. 

در این رابطه بالانویس نشان­دهنده گام زمانی می­باشد و بالانویس نشان­دهنده مرحله رانگ-کوتا می­باشد. مقدار استاندارد ضرایب  تا  از رابطه زیر محاسبه می­گردد:

1. 

در این تحقیق از روش چهارمرحله­ای استفاده شده است.

1. بخش­های زیربرنامه

در این قسمت تمام بخش های زیربرنامه مطابق با شماره گذاری موجود در برنامه کامپیوتری ارائه شده است.

1. **تعیین ثوابت موجود در مدل** 

در این قسمت، ثوابت موجود در مدل  با توجه به رابطه ‏(7) مشخص شده است.

1. مقداردهی به آرایه­های مربوط به زمان قبل

در این قسمت، مقادیر بقایی مربوط به زمان قبل جایگذاری می­شوند. همچنین مقدار لزجت آشفتگی مربوط به زمان قبل نیز جهت محاسبه مقدار باقیمانده، جایگذاری می­شود.

1. حل معادلات آشفتگی در حلقه مربوط به روش رانگ-کوتا

در یک حلقه به تعداد مراحل روش رانگ-کوتا معادلات  و  حل خواهند شد.

1. محاسبه ضرایب روش رانگ-کوتا

با استفاده از معادله ‏(33)، ضریب هرکدام از مراحل روش رانگ-کوتا محاسبه می­گردد.

1. محاسبه شرایط مرزی

در این قسمت، کلیه شرایط مرزی با فراخوانی زیربرنامه KeYang\_BC تعیین می­گردند.

1. محاسبه مشتق متغیرها در مرکز سلول

در این قسمت، بترتیب با فراخوانی زیربرنامه KeYang\_GradCell، Kw\_CellGrad، Grad2AtCell مشتق اول مولفه­های سرعت، مشتق اول متغیرهای آشفتگی  و  و مشتق دوم مولفه افقی سرعت، در مرکز همه سلول­ها محاسبه می­شوند.

1. محاسبه مشتق متغیرهای آشفتگی روی اضلاع سلول­

در این قسمت، با فراخوانی زیربرنامه KeYang\_GradFace، مشتق اول متغیرهای آشفتگی  و  روی اضلاع همه سلول­ها محاسبه می­شوند.

1. محاسبه ثوابت و توابع موجود در مدل 

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه KeYang\_Funcs، ثوابت و توابع ارائه شده در رابطه ‏(16) و محاسبه می­شوند.

1. محاسبه بخش جابجایی

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه KFi\_Con، مقدار بخش جابجایی محاسبه می­شود. این بخش به صورت بالادست گسسته­سازی شده است.

1. محاسبه بخش پخش­شوندگی

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه KFi\_Dif، مقدار بخش پخش­شوندگی محاسبه می­شود. این بخش به صورت مرکزی گسسته­سازی شده است.

1. محاسبه ترم چشمه

در این قسمت با فراخوانی زیربرنامه KeYang\_Source، ترم چشمه محاسبه می­شود.

1. محاسبه مقادیر بقایی تمام سلول­های شبکه

در یک حلقه تکرار بر روی تمامی سلول­های شبکه، مقادیر بقایی تمام سلول­ها محاسبه می­گردد.

1. اطمینان از مثبت بودن متغیرهای آشفتگی

در صورتی که مقدار هرکدام از متغیرهای آشفتگی منفی شد، مقدار مثبت زمان قبل جایگزین آن می­شود. به این ترتیب اطمینان حاصل می­شود که متغیرهای آشفتگی همواره مثبت هستند.

1. محاسبه متغیرهای آشفتگی

در این قسمت با توجه به مقادیر بقایی به دست آمده، مقدار  و  محاسبه می­شوند.

1. محاسبه لزجت آشفتگی

لزجت آشفتگی با استفاده از رابطه ‏(17) محاسبه می­شود.

1. مراجع

|  |  |
| --- | --- |
| [1] | W. Rodi, Turbulence models and their application in hydraulics, CRC Press, 1993. |
| [2] | H. K. Vesteeg and W. Malalasekera, An Introduction to Computational Fluid Dynamics, 2007. |
| [3] | B. E. Launder and D. B. Spalding, "The numerical computation of turbulent flows," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* vol. 3, p. 269–289, 1974. |
| [4] | T.-H. Shih, W. W. Liou, A. Shabbir, Z. Yang and l. Zhu, "A New K-epsilon Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows: Model Development and Validation," NASA Technical Reports, 1994. |
| [5] | P. R. Spalart and C. L. Ramsey, "Effective Inflow Conditions for Turbulence Models in Aerodynamic Calculations," *AIAA Journal,* vol. 45, pp. 2544-2553, 2007. |
| [6] | K. A. Hoffmann and S. T. Chiang, Computational Fluid Dynamics Vol 3, 2000. |
| [7] | D. A. Anderson, J. C. Tannehill and R. H. Pletcher, Computational fluid dynamics and heat transfer, Washington: Hemisphere, 1984. |

1. Production of Turbulent Kinetic Energy [↑](#footnote-ref-1)
2. Dissipation of Turbulent Kinetic Energy [↑](#footnote-ref-2)
3. Launder [↑](#footnote-ref-3)
4. Spalding [↑](#footnote-ref-4)
5. Vortical Flows [↑](#footnote-ref-5)
6. Separation [↑](#footnote-ref-6)
7. Large Adverse Pressure Gradients [↑](#footnote-ref-7)
8. Curved Boundary Layer [↑](#footnote-ref-8)
9. Shih [↑](#footnote-ref-9)
10. Low Reynolds Number Turbulence Model [↑](#footnote-ref-10)
11. Wall Function [↑](#footnote-ref-11)
12. Damping Function [↑](#footnote-ref-12)
13. Fluctuating Velocity [↑](#footnote-ref-13)
14. Production of Turbulent Kinetic Energy [↑](#footnote-ref-14)
15. Mean Flow [↑](#footnote-ref-15)
16. Reynolds Number [↑](#footnote-ref-16)
17. Mach Number [↑](#footnote-ref-17)
18. Ramsey [↑](#footnote-ref-18)
19. Spalart [↑](#footnote-ref-19)
20. Convective Term [↑](#footnote-ref-20)
21. Diffusion Term [↑](#footnote-ref-21)
22. Source Term [↑](#footnote-ref-22)
23. Guass Theorem [↑](#footnote-ref-23)
24. Ordinary Differential Equation [↑](#footnote-ref-24)
25. Multi-Stage Runge-Kutta Method [↑](#footnote-ref-25)
26. Local Time Step [↑](#footnote-ref-26)